

Vilniaus universitetas  
Filosofijos fakultetas  
Filosofijos istorijos ir logikos katedra

Miglė Usonytė

Filosofijos studijų programa  
Matematikos ir filosofijos rašto darbas

**Ką galima vadinti matematika?**

Darbo vadovas: habil. dr. Rimas Norvaiša

Vilnius 2014

## ĮVADAS

Matematikos ištakos siejamos dar su žmogus (*homo sapiens*) mąstymo pradžia. Tokia „matematika“ remiasi tuo, kad žmogus, stebėdamas santykį „daugiau“/„mažiau“, pradėjo abstrakčiai (apibendrintai) mąstyti (pavyzdžiui žmogus pastebi, kad bandoje sumažėjo gyvulių kiekis, net neturėdamas įgūdžių sąmoningai skaičiuoti). Anot Aleksandro Baltrūno, „kaip tik šie santykiai ir atvedė žmogų prie sąvokos „skaičius“, - pirmo idealizuoto objekto kultūros istorijoje, o kartu ir prie skaičiavimo įgūdžių atsiradimo“ (Baltrūnas, 1983, p. 324).

Taigi, pirmykštės matematikos vystymuisi buvo reikalinga empirinė tikrovė. Tačiau ar tokią matematiką galėtume laikyti savo prigimtimi ekvivalenčia šiuolaikinei matematikai? Mano manymu, ne.

Savo darbu pabandysiu iliustruoti kaip pirmykštis santykis „daugiau“/ „mažiau“ išaugo į tai, ką galime vadinti šiuolaikine matematika.

Pirmoje rašto darbo dalyje pristatysiu kai kurių ikisokratinio Antikos laikotarpio filosofų (Talio, Anaksimadro, Anaksimeno, Hērakleito ir Pitagoro) idėjas, kurios galėjo padaryti įtaką pirmykštės matematikos virsmui, o antroje dalyje aptarsiu popitagorinės matematikos ir pirmosios matematikos bruožų skirtumus, remdamasi šiuolaikinio lietuvių matematiko, habilituoto daktaro, knygų apie matematikos istoriją autoriaus Aleksandro Baltrūno įžvalgomis pabandysiu apibrėžti, kas būdinga matematikos mokslui ir koks jo ryšys su empirine tikrove.

## IKISOKRATINĖS FILOSOFIJOS ĮTAKA MATEMATIKOS MOKSLO PRADŽIAI

Pirmieji antikos filosofai stengėsi atsiriboti nuo mitologinio pasaulio aiškinimo ir grįsti jo sandarą racionaliai. Stebėdami empirinis tikrovės reiškinius ir kismą, jie ieškojo nekintančio būties prado – *arche*. *Kosmą* (pasaulį) jie traktavo kaip tvarkingą visumą, o tai leido jiems tikėti, kad pasaulis yra pažinus. Tvarkingas, prasmingas ir tikslingas pasaulis – graikų mąstymo prezumpcijos.

Graikiško mąstymo pradžia siejama su Talio iš Mileto, gyvenusio VII-VI a. pr. Kr., teiginiu, kad „Viskas iš vandens“. Jis tikėjo, kad visas pasaulyje kyla iš vandens ir viskas į jį sugrįžta, todėl viskas, kas egzistuoja - tarpusavyje susiję.

Dar vienas Mileto mokyklos atstovas, nagrinėjęs pasaulio pradą, buvo Anaksimandras. Šis VII-VI a. pr. Kr. filosofas manė, kad nereikėtų *arche* sieti su konkrečia stichija, todėl pradu pavadino *apeironą*. *Apeironas* (gr. neapibrėžtė) – tai amžinas pradas, iš kurio „išsiskiria ir dangūs, ir apskritai visi begaliniai pasauliai. Jis įrodinėjo, kad ir išnykimas, ir prieš tai atsiradimas vyko nuo begalinių amžių, viskam nuolat sukantis ratu“ (Genzelis, 1977, p. 16).

Anaksimandro mokinys, Anaksimenas, gyvenęs VI a. pr. Kr., *arche* laikė orą. Šis filosofas laikomas ne tokiu originaliu filosofu kaip jo mokytojas, nes kaip ir Talis, sutapatino pradą su konkrečia medžiaga. Anaksimeno filosofijos išskirtinumas – skirtingi oro būviai, t. y. visos kitos gamtos stichijos Anaksimandro laikomos skirtingomis oro agregatinėmis būsenomis, pavyzdžiui, vanduo – tai sutankėjęs oras, dar labiau jį sutankinus galima gauti žemę, o orą praretinus – ugnį. Anaksimenas laikomas kiekybės – kokybės santykio atradėju.

Dar vienas Antikos filosofas, ieškojęs būties ir pasaulio prado – Hērakleitas. Jis teigė, kad fenomeninis (reiškinių) pasaulis yra amžinai kintantis, kad „Tuos, kurie braidžioja po tas pačias upes, skalauja vis kiti vandenys“ (Genzelis, 1977, p. 44), tačiau egzistuoja visą *kosmą* vienijantis pradas – *logos* (gr. logos – žodis, motyvas, argumentas, proporcija, skaičius), kurį Hērakleitas prilygina ugniai. Ugnis – sudegindama ji viską sulygina, kaip auksas, kuris yra vertės matas, už kurį galima nusipirkti viską, pavyzdžiui – šiaudus (tačiau už šiaudus negalima nusipirkti aukso). Ugnis viską sudegina, tačiau pati nesudega. Toks yra ir pasaulio *logos* – viskam kintant, jis išlieka pastovus ir palaiko pasaulio vienybę.

Turbūt kyla klausimas, kuo šios filosofų įžvalgos apie gamtą paskatino matematikos vystymąsi? Į šį klausimą atsakymas paprastas – jos paskatino refleksijai dabartinės matematikos sampratos pranašą – Pitagorą iš Samo salos.

XVII a. prancūzų filosofas René Descartes, ko gero, buvo teisus teigdamas, kad "Kiekvienas, geriau pagalvojęs, supras, kad matematikai priskiriami tik tie mokslai, kurie nagrinėja arba tvarką, arba matą, ir visiškai nesvarbu, ar šis matas bus ieškomas skaičiams, figūroms, žvaigždėms, garsams ar kokiam nors kitam dalykui" (Baltrūnas, 1983, p. 9). Juk kaip ir ankstesni ikisokratikai, Pitagoras ieškojo būties prado – *arche* – tačiau juo jis laikė skaičius. Anot Aleksandro Baltrūno, būtent Pitagoras ir yra „siejamas su matematikos kaip mokslo, atsiradimu“. Apie Pitagoro mokyklą plačiau – kitame skirsnyje.

## PITAGORININKAI: NUO EMPIRIKOS PRIE TEORIJS

Pitagoras – tai ikisokratinei Antikos filosofijai priskiriamas mąstytojas, gyvenęs VI a. pr. Kr. ir įkūręs religinę-dorovinę sektą – pitagoriečių sąjungą, kuri vėliau peraugo į pitagorininkų mokyklą.

Pitagoras buvo filosofas, kuris mokslą atribojo nuo empirinės tikrovės. Tiksliau, jis nebeieškojo būties paaiškinimo kintančiame fenomenų pasaulyje; jis „pakilo virš jo“ pasitelkęs mąstymą. Būtent nuo Pitagoro matematika pakeičia savo statusą – užuot buvusi „tarnaitė“, naudojama praktiniams tikslams įgyvendinti, matematika persikelia į teorinę plotmę. Šį virsmą puikiai iliustruoja vieno iš Pitagoro mokyklos atstovų sukurta „Pitagoro teorema“. Teorema įrodo, kad stačiojo trikampio statinių kvadratų suma lygi trikampio įžambinės kvadratui. Įdomu tai, kad ją sėkmingai taikė senovės Egipto žyniai, tačiau „stačiajam kampui nustatyti naudojo virvutę, mazgeliais padalintą į 12 lygių dalių (prisiminkim, kad trikampis su kraštinėmis 3, 4 ir 5 yra statusis). Tačiau tuomet ji buvo nustatyta empiriškai“ (Baltrūnas, 1983, p. 48). Kaip jau žinome, toks matematikos supratimas priskiriamas pirmykščiam, nes tai tik empiriškai pastebėto ir patikrinto metodo taikymas, o ne teoriškai pagrįstas žinojimas: „iki senovės Graikijos tas žinojimas buvo savotiškas, visos tos žinios dabar mums labiau primena padriką kažkokių receptų ar dogmų rinkinį. Matematiniai rezultatai būdavo pateikiami be įrodymų. Tuo tarpu senovės Graikijoje matematika jau ne atskiros žinių nuotrupos, bet ištisa loginė dedukcinė sistema. Ir kad ji tapo tokia, „kaltas“ Pitagoras“ (Baltrūnas, 1983, p. 44).

Taigi, būtent su Pitagoru filosofija pakeičia savo formą ir, būtų galima teigti, savo prigimtinę esmę. Ji tampa visuotinius reiškinius nagrinėjančia, K. Gauss'o vadinama „mokslų karaliene“ (Baltrūnas, 1983, p. 9). Matematikai nebereikia stebėti pabėgusių avelių ar rankų pirštų, t. y. matematika gali vystytis nepriklausomai nuo empirinio pasaulio, ji iš indukcinės tampa dedukcine, bendrinančia.

## MATEMATINĖ KALBA. AR JI KEIČIA MATEMATIKOS PRASMĘ?

Ryškus skirtumas tarp Antikinės (tiek ikipitagorinės, tie po Pitagoro) ir šiuolaikinės – tai kalba. Per iligus metus buvo kuriama matematinė kalba (pradedant skaičių sistemomis ar matematiniais ženklais, baigiant formulių išraiškomis). Vystantis matematikos mokslams vis tobulėjo, trumpėjo matematinų reikšmių ir reiškinių forma. Dabartinė matematinė simbolika atsirado tik XV amžiuje. Nepaisant to, turbūt nebūtų teisinga sakyti, kad matematika tolo nuo kintančio reiškinių pasaulio, priešingai, ji leido žmogui vis giliau, plačiau, išsamiau pažinti pasaulį, tačiau matematinei kalbai nebereikėjo naudoti empirinio pasaulio simbolių tam, kad galėtų pažymėti tam tikrus skaičius (pvz. 1000 žymėti lelijos ženklu) ar matematinius reiškinius (vietoje žodžių atimti ar pridėti – sugalvoti simboliai +/-). Galima daryti prielaidą, kad tokią „nepriklausomą“ matematinę kalbą lėmė, anksčiau minėta, Pitagorininkų mokyklos nulemta, jos esminė savybė – rasti tai, kas empiriniame pasaulyje dėsninga, vieninga, suformuluoti kuo geriau tą tikrovę atspindinčias aksiomas, o vėliau remtis tais dėsningumais, padarant vis naujas įžvalgas. Matematikos kumuliatyvumas leidžia jai nebeieškoti atramos taškų empirinėje tikrovėje.

Taigi matematinė kalba – pasikeitė, tačiau jos „būtis savaime“ - ne. „Matematikoje svarbu ne tai, kaip pavadinsime pradinius bendrausius objektus, o tai, kokie ryšiai tarp jų nustatomi. O visa tai yra nusakoma aksiomomis. Todėl pagrindinių matematikos objektų savybių negalime suvokti jokiais jutimo organais“ (Baltrūnas, 1983, p. 323) – būtent toks matematikos požymis (tai, kad ji pažini tik suprantant jos kalbą) daugelį žmonių atbaido ir išgąsdina ir jie teigia, kad nesupranta matematikos, tačiau jie paprasčiausiai nesupranta matematinų simbolių kalbos. Matematika, ko gero, yra aiškiausias mokslas, nes jos aksiomos, veikimo dėsniai nekinta, kinta tik jų užrašymo būdas. Tokį „matematikos nesupratimą“ puikiai iliustruoja Aleksandro Baltrūno teiginys, kad Archimedui (gyvenusiam IIIa. pr. Kr.) būtų nesunku suvokti automobilio veikimo principus, tačiau šiuolaikinės matematikos – ne (Baltrūnas, 1983, p. 16).

## IŠVADOS

Taigi šiuolaikinės matematikos kaip mokslo ištakų reikia ieškoti, ne pirmykščio žmogaus pastebimame santykyje „daugiau“/„mažiau, o ikisokratinėje Antikos filosofijoje: „kaip teorinis mokslas matematika susiformavo tik senovės Graikijoje. <...> Todėl matematikos, lygiai kaip ir kalbos, atsiradimas negali būti siejamas su žmogaus – *homo sapiens* – atsiradimu“ (Baltrūnas, 1983, p. 325). Šiuolaikinės matematikos vystymuisi empirinis, kintantis pasaulis yra reikalingas tik dėsningumams pastebėti ir aksiomoms suformuluoti, o vėliau ji vystosi kaip savarankiškas teorinis mokslas. Šiuolaikinę matematiką galima vadinti teorija - tuo, ką jau senovės graikai vadino *dievišku žinojimu* (gr. *teos* – dievas), o jei matematika būtų suprantama taip at kaip ir pirmykštis jos santykis („daugiau“/„mažiau“), jai vystytis reikėtų vis daugiau empirinių, patirtimi paremtų duomenų. Toks santykis neapibūdina šiuolaikinės matematikos giliosios esmės – gebėjimo mąstyti ir analizei kurti taisykles teorinėje plotmėje ir vėliau jas sėkmingai taikyti praktikoje. Matematika yra dedukcinis, kumuliatyvus ir savitą kalbą turintis mokslas, pats logiškiausias, nuosekliausias ir tuo pačiu validus beveik visoje empirinėje tikrovėje.

## LITERATŪRA

1. Baltrūnas A.,
  - Šimtas matematikos mįslių, 1983, Vilnius: Vaga
  - Begalybės biografija, 2004, Vilnius: Žara
2. Clifford A. P., From Pythagoras to the 57th Dimension, 250 Milestones in the History of Mathematics, 2009, Sterling publishing company [žiūrėta 2014 m. birželio 13d.]. Prieiga per internetą: [http://www.google.lt/books?id=JrslMKTgSZwC&dq=pythagoras+math&lr=&hl=lt&source=gbs\\_navlinks\\_s](http://www.google.lt/books?id=JrslMKTgSZwC&dq=pythagoras+math&lr=&hl=lt&source=gbs_navlinks_s)
3. Genzelis B., Antika // Filosofijos istorijos chrestomatija, 1977, Vilnius: Mintis