2014–2020 metų Europos Sąjungos fondų investicijų veiksmų programa

ŠVIETIMO, MOKSLO IR SPORTO MINISTERIJA

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

Projektas „Skaitmeninio ugdymo turinio kūrimas ir diegimas”

Mokyklinės matematikos programa

Rimas Norvaiša

2020 m. birželio 23 d.

Reikalavimai BU programų kokybei

- Gairių 40 punktas:
- Dalyko turinys sudaro sąlygas ugdytis kompetencijas, bendrojoje programoje jis pateikiamas nuosekliai, atsižvelgiant į atitinkamo mokslo akademinę logiką, metodologiją ir paisant mokinių amžiaus tarpsnio ypatumų.

- Sukonkretinsime kokybės vertinimą matematikos dalyko programai remdamiesi tarptautinių tyrimų TIMSS ir PISA analize (W.H.Schmidt et al, EBPO).

Kokios matematikos mums reikia?

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- Kodėl mokome tokios matematikos, kokios mokome? (2008 programų atnaujinimas, vadovėlių turinys)
- Matematinis įrodymas ir matematinis samprotavimas yra pagrindiniai matematikos dalyko logiką atitinkantys bruožai.
- Galimybė - mokyklinė matematika kaip akademinės matematikos veikiantis žaislinis modelis (pavyzdys – skaičių tiesė vs aksiomos).
- Ar matematikos mokytojai pasirengę mokyti pagal programą, kuri atsižvelgia į akademinio dalyko logiką, metodologiją ir paiso mokinių amžiaus tarpsnio ypatumus?

PISA 2021

- Andreas Schleicher (EBPO švietimo ir kompetencijų direktorato vadovas) teigia:

- „Skaičiavimo technika tampa mažiau svarbi kasdieniniame gyvenime...
- Labiau svarbiais tampa matematikos idėjų ir principų gilus supratimas ir mūsų gebėjimas mąstyti kaip matematikai mąsto.“

- Mūsų reakcija į naujoves artėjančiame PISA 2021 panaši į nepažangaus moksleivio ruošimąsi gręsiančiam egzaminui.

Matematikos programos kokybė

- Nuoseklumas (coherence). Temų išdėstymo seka turėtų atitikti akademinės matematikos logiką, įgalinti perėjimą nuo pagrindinių sąvokų prie sudėtingesnių ir nepažeisti besimokančiojo amžiaus tarpsnių galimybes.
- Pavyzdys: racionalieji skaičiai (baigę mokyklą nežino, kad natūralieji skaičiai yra trupmenos, o pastarosios yra skaičiai).
- Pavyzdys: eksperimentinė arba braižomoji geometrija, vektoriai, geometrinės transformacijos, kongruenčios figūros, panašios figūros iki pradedant tiesines funkcijas.

Matematikos programos kokybė

- Sutelktumas (focus). Kiekvienoje klasėje turėtų atsirasti kuo mažesnis naujų temų skaičius tam, kad užtikrinti mokymosi gylį ir kokybę. Temos gali persidengti tam, kad sutvirtinti bazines sąvokas.

- Sutelktumą iliustruoja TIMSS tyrimo pagrindu atlikta dalyko temų paskirstymo programose analizė: Kurioje klasėje tema pradedama ir kuriose klasėse ji toliau tęsiama?

Temų paskirstymo žemėlapis

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

Topic	Grade 1	2	3	4	5	6	7	8
Whole Number Meaning	●	●	●	●	●			
Whole Number Operations	●	●	●	●	●			
Measurement Units	●	●	●	●	●	●	●	
Fractions			●	●	●	●		
Equations & Formulas			●	●	●	●	●	●
Data Representation & Analysis			●	●	●	●		●
2-D Geometry Basics			●	●	●	●	●	●
Polygons & Circles				●	●	●	●	●
Perimeter, Area & Volume				●	●	●	●	●
Rounding & Significant Figures				●	●			
Estimating Computations				●	●	●		
Properties of Whole Numbers Operations				●	●			
Estimating Quantity & Size				●	●			
Decimals				●	●	●		
Relation of Decimals & Fractions				●	●	●		
Properties of Decimals & Fractions					●	●		
Percentages					●	●		
Proportionality Concepts					●	●	●	●
Proportionality Problems					●	●	●	●
2-D Coordinate Geometry					●	●	●	●
Geometric Transformations						●	●	●
Negative Numbers, Integers & Their Properties						●	●	
Number Theory							●	●
Exponents, Roots & Radicals							●	●
Orders of Magnitude							●	●
Measurement Estimation & Errors							●	
Constructions Using Straightedge & Compass							●	●
3-D Geometry							●	●
Congruence & Similarity								●
Rational Numbers & Their Properties								●
Functions								●
Slope								●

Temų paskirstymo žemėlapis

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

FIGURE 1

A+ Composite: Mathematics topics intended at each grade by at least two-thirds of A+ countries.

Note that topics are introduced and sustained in a coherent fashion, producing a clear upper-triangular structure.

TOPIC / GRADE:	1	2	3	4	5	6	7	8
Whole Number Meaning	■	■	■	▪	▪			
Whole Number Operations	■	■	■	■	▪			
Measurement Units	□	■	■	■	■	■	▪	
Common Fractions			□	■	■	▪		
Equations & Formulas			□	▪	▪	▪	■	■
Data Representation & Analysis			□	□	▪	▪		□
2-D Geometry: Basics			□	▪	▪	▪	■	■
Polygons & Circles				▪	▪	▪	■	■
Perimeter, Area & Volume				▪	▪	▪	▪	□
Rounding & Significant Figures				▪	▪			
Estimating Computations				▪	▪	▪		
Properties of Whole Number Operations				□	▪			
Estimating Quantity & Size				□	□			
Decimal Fractions				▪	■	▪		
Relationship of Common & Decimal Fractions				▪	■	▪		
Properties of Common & Decimal Fractions					▪	▪		
Percentages					▪	▪		
Proportionality Concepts					▪	▪	▪	□
Proportionality Problems					▪	▪	■	■
2-D Coordinate Geometry					□	□	▪	▪
Geometry: Transformations						▪	▪	▪
Negative Numbers, Integers & Their Properties						□	▪	
Number Theory							▪	□
Exponents, Roots & Radicals							▪	▪
Exponents & Orders of Magnitude							□	□
Measurement Estimation & Errors							□	
Constructions w/ Straightedge & Compass							■	□
3-D Geometry							▪	■
Congruence & Similarity								■
Rational Numbers & Their Properties								□
Patterns, Relations & Functions								□
Slope & Trigonometry								□
Number of topics covered by at least 67% of the A+ countries	3	3	7	15	20	17	16	18
Number of additional topics intended by A+ countries to complete a typical curriculum at each grade level	2	6	5	1	1	3	6	3

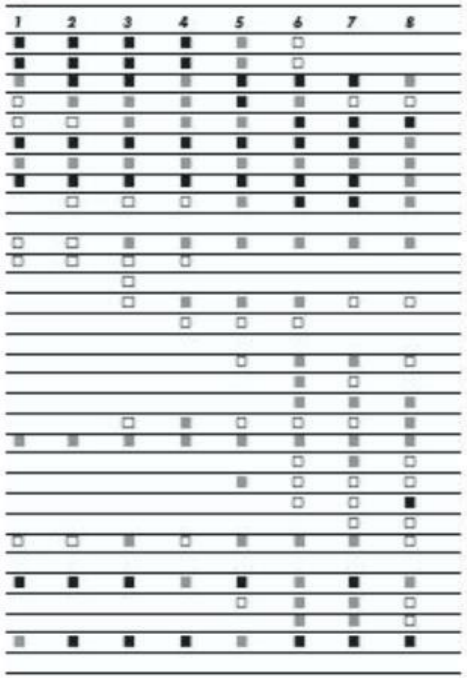
□ – intended by 67% of the A+ countries ▪ – intended by 83% of the A+ countries ■ – intended by 100% of the A+ countries

Temų paskirstymo žemėlapis

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

The shape of math in A+ countries

Mathematics topics intended at each grade by at least two-thirds of A+ countries



Mathematics topics intended at each grade by at least two-thirds of 21 U.S. states

[1] Schmidt, Houang, & Cogan, "A Coherent Curriculum: The Case of Mathematics." (2002).

Matematikos programos kokybė

- Sutelktumo požiūriu, mūsų matematikos programa panaši į Amerikos atskirų valstijų programas (NE commom core).

- Pavyzdžiui, natūralieji skaičiai kartojami programoje nuo 1 iki 8 klasės.

Bazinės matematikos sąvokos arba turinio temų integravimas

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- Matematinį samprotavimą stiprina šios bazinės sąvokos (PISA 2021):

1. Skaičių sistemos ir jų algebrinės savybės (ne konkretūs skaičiai);
2. Abstraktūs matematiniai objektai ir jų simbolinė raiška;
3. Matematinė struktūra ir jos dėsningumai (prasmė simboliuose);
4. Funkciniai ryšiai tarp dydžių (išreiškiami tos pačios rūšies objektu);
5. Matematinis modelis kaip akiniai, per kuriuos matomas realusis pasaulis (reiškinio ideali rekonstrukcija);
6. Dispersija kaip statistikos širdis (matuojanti kintamumą).

Matematikos programos kokybė

- Reiklumas (rigour). Mokimosi turinys turi skatinti akademinius iššūkius ir įgalinti mąstymo gilumą bei refleksiją.

- Pavyzdys. Jei apsisprendžiama supažindinti su įrodymu, tai reikėtų daryti nuosekliai, pradedant nuo pradinių klasių.

Grynosios ir taikomosios matematikos poveikis matematiniam raštingumui

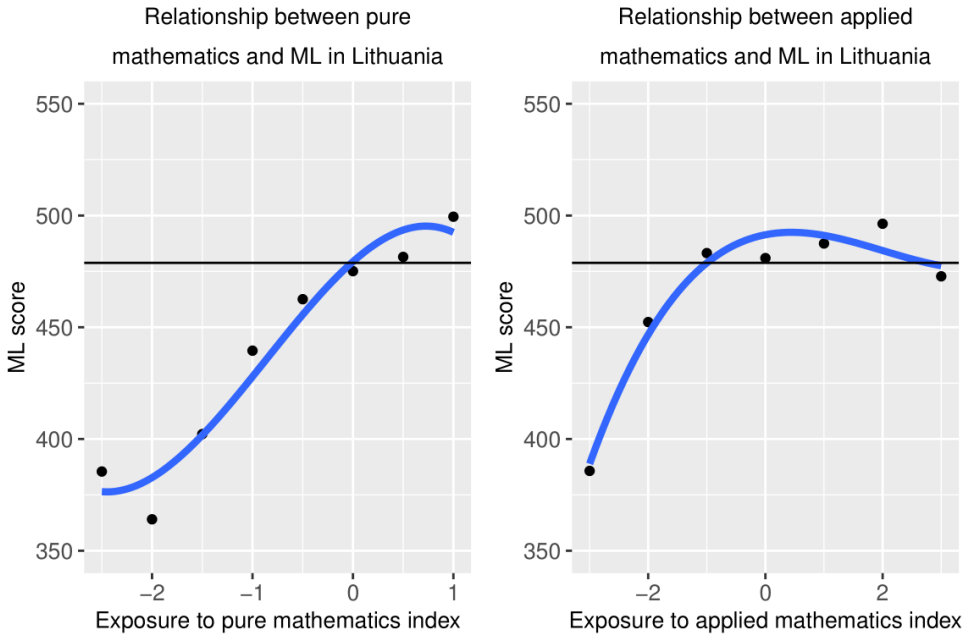
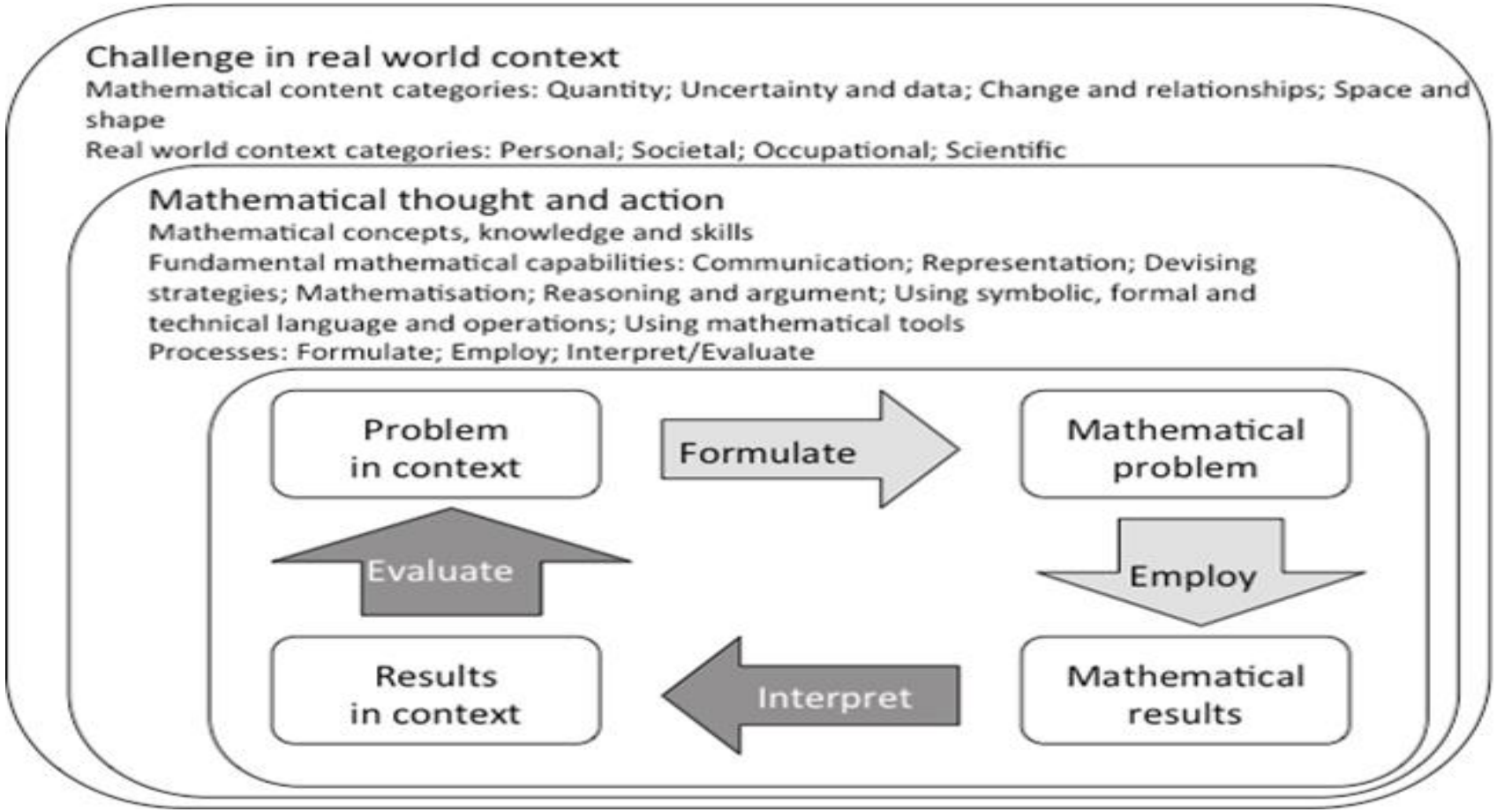


Figure 3: Relationship between pure and applied mathematics indices and ML in Lithuania

Grynosios ir taikomosios matematikos poveikis matematiniam raštingumui

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA



Danų matematinės kompetencijos
Niss, M. & Höjgaard, T. (2011, 2019).

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- Klausimų formulavimas ir atsakymas matematikoje ir su matematikos pagalba:

1. Matematinio mąstymo kompetencija – įsitraukimas į matematinį tyrimą
2. Matematinių uždavinių nagrinėjimo kompetencija – matematinių uždavinių sudarymas ir sprendimas
3. Matematinio modeliavimo kompetencija – ne-matematinio konteksto ir situacijų modelių analizė ir konstravimas
4. Matematinio samprotavimo kompetencija – matematinio teiginio pagrindimo vertinimas ir konstravimas

Danų matematinės kompetencijos
Niss, M. & Höjgaard, T. (2011, 2019).

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- Matematikos kalba, konstrukcijos ir priemonės:

5. Matematinės reprezentacijos kompetencija – nagrinėja skirtingas matematinio objekto prezentacijas

6. Matematinio simbolizmo ir formalizmo kompetencija – matematinių simbolių ir formalizmo naudojimas

7. Matematinio komunikavimo kompetencija – komunikavimas matematikos viduje, su ja ir apie ją

8. Matematinių priemonių ir įrankių kompetencija – materialių priemonių ir įrankių naudojimas matematinei veiklai

Matematikos mokymo tikslo pasirinkimas

- Matematikos žinios
- Matematikos žinių įveiklinimas, t.y. supratimas, kaip mąsto ir dirba matematikai, aprašo matematinę veiklą ir procesus (matematikos episteminės žinios)
- Arba matematikos giluminės struktūros atskleidimas

Matematikos programų pavyzdžiai

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- JAV Common Core States Standards
- http://www.corestandards.org/Math/Practice/
- Suomių matematikos programa
- https://www.matchfishtank.org/curriculum/mathematics/

LITERATŪRA

- A. Cuoco and W. McCallum (2018). Curricular Coherence in Mathematics. In: Y. Li et al (Eds.) *Mathematics Matters in Education*. Springer, 245-256.
- Gerulaitis, Š., Jevsejevienė, J., Poderienė, N. ir I. Raudienė (2019). *Bendrųjų programų atnaujinimo gairės.* Vilnius: Nacionalinė švietimo agentūra.
- D. Lavskij. Lietuvos moksleivių pažangumas matematikos srityje: PISA duomenų analizė. VU, Magistro baigiamasis darbas, Vilnius 2020.
- Niss, M. & Höjgaard, T. (2011). Competencies and Mathematical Learning - Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark (No. 485). Roskilde: MFUFA, Roskilde University. English translation of part I-VI of Niss and Jensen (2002).
- Niss, M. A., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(1), 9-28.
- Norvaiša, R. (2019). Kodėl mokome tokios matematikos, kokios mokome? Liet. Mat. Rink. Proc. LMS Seria A.

LITERATŪRA

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

- PISA 2021 Mathematics: A Broadened Perspective.
- OECD (2018). The Future of Education and Skills. Education 2030.
- A. Schleicher. Why it‘s important to think like a mathematician. Opening of the PISA 2021 framework.
- W.H.Schmidt (2016). International Curriculum Analysis: Twenty Years of Background Analysing Mathematics and Science Curricula. OECD.
- W. Schmit, R. Houng, L. Cogan (2002). A Coherent Curriculum. The case of mathematics. *American Educator*.
- A.J. Stylianides (2016). Proving in the Elementary Mathematics Classroom. Oxford University Press.

NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

AČIŪ UŽ DĖMESĮ

Projektas „Skaitmeninio ugdymo turinio kūrimas ir diegimas“