

Vilniaus Universitetas

Filosofijos fakultetas

**Rokas Gasparaitis**

Filosofijos studijų programa

Matematikos ir filosofijos dalyko darbas

**Ontologinis Dievo buvimo argumentas kaip galimybė mąstyti apie  
begalybę matematikoje**

Vilnius, 2016

## IVADAS

Matematiką ir filosofiją jungia siekis mąstyti apie begalybę. Šioje esė bus bandoma teigti, kad Anzelmo Kenterberiečio suformuluotas ontologinis Dievo buvimo argumentas yra vertingas matematikoje kaip padedantis formuluoti poziciją santykyje su begalybe. Mąstymas apie begalybę tiek matematikoje, tiek filosofijoje yra suvokiamas kaip ribotojo mąstymas apie savo galimybių ribą – žmogaus, kurio žinojimas yra ne begalinis, pastanga suvokti savo ribą. Kaip įrodė K. Gödelis, kuriuose įvairių dalykų įrodymuose niekuomet nepasiekiamo absoliutaus tikrumo. Matematika nėra pajėgi įrodyti savo patikimumo savyje turimais įrankiais, reikalingas už matematikos ribų esantis kriterijus, kuris teigtų žinią, jog ši esanti (ne)patikima. Aksiomatinių teiginių egzistencija lieka esminė, bet tai nesumenkina pačios matematikos, atvirkščiai, leidžia suvokti, kad esama sąlygų, kurios yra būtinos plėtoti matematiniam argumentui. Todėl ir D. Hilberto 1930 m. Karaliaučiuje išsakyta mintis, jog mes privalome siekti visiško matematinų teiginių patikimumo, nėra tiksli, jei kalbama apie matematiką, kuri suvokia ir savo didybę, ir savo ribotumą.

Šiame darbe nesiekama pateikti įrodymo apie begalybės vieną ar kitą savybę, bet norima įrodyti, kad egzistuoja ryšys tarp to kaip begalybė gali būti suvokiama filosofijoje ir matematikoje. Nagrinėjamas ontologinis Dievo buvimo argumentas A. Kenterberiečio pateikiamas „Proslogione“. Jis formuluotas taip: „Dievas yra Tai, už ką nieko daugiau negali būti pamąstyta.“ Šis argumentas tinkamas analogijai su matematika, nes tiek ontologinis įrodymas yra apriorinis kaip ir matematinės abstrakcijos egzistuoja anapus žmogaus pojūčių.

## TURINYS

Mąstymas apie begalybę buvo paplitęs dar Antikoje ir joje suformuluotas begalybės supratimas matematikoje vyravo iki pat 19 a. pabaigos. Pasak Aristotelio, galima kalbėti tik apie potencialią begalybę kaip apie idėją, jog kiekvienam skaičiui visuomet egzistuoja kitas skaičius, kuris yra už jį didesnis. Tuo tarpu aktualioji begalybė Aristoteliui atrodė kaip žmogaus protu galutinai neįsisąmoninamas dalykas, nes neįmanoma įsivaizduoti, kad visų įmanomų skaičių aibė egzistuoja kaip objektyvioji realybė. Remiantis tokiu principu, matematikoje reikšminga kalbėti tik apie potencialią begalybę. Su tokia išvada nesutiko G. Cantoras, kuris teigė, jog begalybė egzistuojanti ne tik kaip potenciali, bet ir aktuali. Visų pirma, Cantoras savo tyrime įveda skirtį tarp imanentinės ir transcendentinės realybės. Pasak jo, matematikus turi dominti imanentinė realybė, todėl jie neturi pareigos pateikti transcendentinę realybę liudijančių įrodymų. Esama esminio skirtumo tarp Absoliučiosios ir transfinitivinės (*angl. transfinite*) begalybės. Transfinitivioji gali būti padidinta (*angl. augmented*), o Absoliučioji – ne. Taigi, pasak Cantoro yra transfinitivijų begalybių, kurios nėra tapачios, t.y. viena yra didesnė nei kita. To negalima pasakyti apie Absoliučiąją begalybę, kuri nebegali būti papildyta ir yra kaip vienintelė.

Tolimesniam svarstymui svarbu suvokti Kenterberiečio pateiktą ontologinį Dievo buvimo argumentą (Dievas yra Tai, už ką nieko daugiau negali būti pamąstyta). Remiantis šiuo argumentu, žmogus gali Dievą suvokti kaip didumo ribą, Tokį, už kurį nieko didingesnio neįmanoma pamąstyti. Todėl žmogus negali pagauti tikrojo Dievo didumo. Bet koks manomas Dievo didingumo „apčiuopimas“ yra daug menkesnis nei tikrasis Jo didingumas. Analogišką svarstymo formą galima projektuoti ir matematikoje, mąstant apie begalybę. Juk aktualioji begalybė ir yra tai, už ką matematinėje sistemoje nieko daugiau neįmanoma pamąstyti. Tai reiškia, kad begalybė yra didesnė už bet kokį konkretų baigtinį dydį. Nors aktualioji begalybė matematikoje, kaip ir Dievas pateiktame ontologiniame įrodyme, negali būti adekvačiai perteikiami kaip konkretūs, tačiau pačios sąvokos potenciali galimybė yra suvokiama. Potencialumo-aktualumo skirtis Aristotelio begalybės sampratoje nekelia abejonių – galime kalbėti tik apie

potencialumą. Kitaip teigia Cantoras, kurio begalybės supratimas remiasi prielaida, kad egzistuoja ir aktualios begalybės – transfinitiviosios. Visgi, Cantoro matematinėje sistemoje yra ne tik transfinitiviosios, bet ir vienintelė aktualiai neišreiškiamą begalybę, kurią galima nusakyti tik kaip potencialiąją. Tai yra Absoliučioji begalybė.

Projektuojant Kenterberiečio ontologinio Dievo buvimo įrodymą argumentaciją Cantoro begalybės supratimui, reikia suvokti, kad argumentacijos negalima perkelti mechaniškai. Cantoro transfinitiviosios begalybės nėra tai, už ką nebūtų galima nieko daugiau pamąstyti. Pavyzdžiui, natūraliųjų skaičių aibė yra nusitęsianti į begalybę, tačiau tai nereiškia, kad ji yra tokia, už kurią didesnės aibės nebėra. Priešingai, natūraliųjų skaičių aibė, nepaisant savo transfinitivumo, pasak Cantoro, yra mažesnė nei, pavyzdžiui, realiųjų skaičių aibė. Tai, kad šios transfinitiviosios aibės yra lyginamos, implikuoja, kad jų begalinumo statusas yra kitoks nei Absoliučiosios begalybės. Transfinitivioji natūraliųjų skaičių aibė turi savo apatinę ribą – jos mažiausias narys yra vienetas, tačiau ji neturi aktualiai įvardijamo didžiausiojo skaičiaus – aukštutinės ribos. Todėl ši aibė ir negali būti įvardijama, kaip tokia, už kurią nebūtų galima kažko daugiau pamąstyti. Transfinitiviųjų begalinių aibių, pasak Cantoro, yra daugybė ir tokių, kurios tarpusavyje skiriasi dydžiu. Vis tik už visas jas didesnė yra tik Absoliučioji begalybė. Todėl ir Kenterberiečio ontologinį argumentą pritaikant Cantoro begalybės sampratai tiksliausia yra kalbėti apie Absoliučiąją begalybę.

Absoliučioji begalybė yra tokia, už kurią nieko daugiau negalima pamąstyti. Anot Cantoro, skirtingi transfinitiviųjų aibių lygmenys gali būti suvokti (*vok. erkannt*), kuomet Absoliučioji aibė tegali būti pripažinta (*vok. anerkannt*). Absoliučioji begalybė yra kaip visų įmanomų kitų begalybių seka. Tai, kad būtent Absoliučiajai begalybei nusakyti tinka naudoti Kenterberiečio argumentus, įrodo faktas, jog pats Cantoras absoliučiąją begalybę suvokia kaip „tinkamą simbolį“ Absoliutui nusakyti. Tai, kad kalbama apie simbolį, reiškia, kad Absoliučiosios begalybės aktualumas yra neįrodomas. Sąvoką „simbolis“ šiuo atveju reikia suvokti kaip Kenterberiečio ontologinio argumento statusą. Argumentas ir simbolis šiuo atveju yra panašūs, nes abu jie nėra įrodymai, kurie kažką griežtai įteigtų.

Absoliučiosios begalybės atveju tai, kad ji yra tai, už ką nieko daugiau negali būti pamąstyta, nelemia, jog ji aktualiai įrodyta. Todėl ir jos žymėjimas yra parentas potencialybe. Cantoras to nevertina kaip matematikos neįgalumo, nes Absoliučiosios begalybės įrodymas paprasčiausiai yra, jo manymu, ne matematikos srities įrodymas. Taigi, absoliučiąją begalybę galime žymėti „x“. Tokiu atveju nebegalima teigti, jog galima begalybę dar labiau išplėsti, pavyzdžiui, teigiant, kad egzistuoja „x+1“ – dydis, kuris vienetu didesnis už begalybę. Taikant Kenterberiečio ontologinio Dievo argumento apibrėžtį, „x+1“ yra tolygu teigti, kad absoliučioji begalybė yra kažkas, už ką nieko daugiau negali būti pamąstyta, ir tuo pačiu manyti, kad „x+1“ yra kažkas daugiau už begalybę. Akivaizdu, išiveliama į prieštaravimus. Tokiu atveju reikia atsisakyti „x+1“ galimybės arba pačios absoliučiosios begalybės sąvokos. Rodos, tokia problema buvo nusakyta dar Antikoje. Tuomet nebuvo galima į matematinį samprotavimą įvesti nežinomojo, kuris dabar leistinas ir dažniausiai įvardijamas raide, pavyzdžiui, „y“. Antikoje nežinomos kiekybės nebuvo galima naudoti aritmetinėse operacijose. Žvelgiant iš dabartinės perspektyvos, tokia nuostata numato, kad ne visais dydžiais galima manipuliuoti. Tai nereiškia, kad nežinomojo įvestis savaime bloga, tačiau jo naudojimas turi būti atsakingas.

Lieka klausti, koks gali būti žmogaus santykis su Cantoro įvardyta Absoliučiąja begalybe. Jei Absoliučioji begalybė yra tai, kas reikalauja begalinio proto norint ją suvokti, tai žmogus nėra pajėgus visiškai jos suvokti. Transfinitivityvosios begalybės neįrodo Absoliučiosios begalybės būtinosios egzistencijos. Transfinitivityvosios begalybės kaip tai, dėl ko turėtų egzistuoti ir Absoliučioji begalybė, tėra argumentuota nuomonė, pagrindžianti begalybę. Tokia mąstymo forma pritaikoma ir Kenterberiečio ontologiniam Dievo buvimo argumentui, kuris neįrodo Dievo, bet pagrindžia egzistencijos galimybę. Taigi, žmogaus santykis su Absoliučiąja begalybe yra tikėjimo santykis. Cantoras teigtų, kad stebint transfinitivityvias begalybes galima kopti laiptais į „begalybės sostą“ arba galima nureikšminti transfinitivityvias begalybes kaip tikslingai nenurodančias į Absoliučiąją begalybę. Tiek Absoliučios begalybės įreikšminimas, tiek nureikšminimas yra galimas ir, Cantoro manymu, nulemtas (ne)tikėjimo.

## IŠVADOS

1. Skirtis tarp imanentinės ir transcendentinės realybės įgalina skirtį tarp transfinitivityviųjų begalybių ir Absoliučiosios begalybės. Transfinitivityviųjų begalybių yra daug ir jos viena nuo kitos skiriasi dydžiu, o Absoliučioji begalybė visuomet yra tokia pati ir vienintelė.
2. Kenterberiečio ontologinio Dievo buvimo argumento analogija Cantoro begalybės sampratoje galima tik su Absoliučiąja begalybe. Absoliučioji begalybė matematikoje gali būti įvardinta kaip tokia, už ką nieko daugiau negalima pamąstyti.
3. Mąstymas apie Absoliučiąją begalybę matematikoje kaip ir mąstymas apie Dievą Kenterberiečio ontologiniame argumente yra galutinė riba. Bet koks bandymas mąstyti Absoliučią begalybę kaip kitokią nei visą apimančią begalybę yra pažeidžiantis pačią Absoliučiosios begalybės formuluotę, todėl netinkamas.
4. Ontologinis Dievo buvimo argumentas neįrodo Dievo egzistencijos kaip ir transfinitivityviųjų begalybių egzistencija neįrodo Absoliučiosios begalybės egzistavimo. Tiek Dievo, tiek Absoliučiosios begalybės egzistavimo samprata yra tikėjimo akto sprendinys.

## ŠALTINIAI

1. Drozdek, A. Beyond Infinity: Augustine and Cantor // Laval théologique et philosophique, 1995, Vol. 51, No. 1, p. 127-140.
2. Frenkel, E. Edward Frenkel / Complete Interview by Her-An. 2016, [Žiūrėta 2016 m. birželio 10d.]. Prieiga per internetą: <https://www.youtube.com/watch?v=JjZBEkOf10I>.
3. Kenterberietis, A. 1996. Proslogionas. Vilnius: Aidai.
4. Kvasz, L. The Invisible Dialog Between Mathematics and Theology // Perspectives on Science and Christian Faith, 2009, Vol. 56, No. 1, p. 111-116.
5. Naglis Kardelis. Paskaita: Dievas ir filosofija. 2016-04-19. Vilnius: Lietuvos katalikų mokslo akademija.
6. Newstead, A. Cantor on Infinity in Nature, Number, and the Divine Mind // American Catholic Philosophical Quarterly, 2009, Vol. 83, No. 4, p. 533-553.
7. Plantinga, A. Theism and Mathematics // Theology and Science, 2011, Vol. 9, No. 1, p. 27-33.
8. Tapp, C. 2011. Absolute Infinity – A Bridge Between Mathematics and Theology?. London: College Publications.
9. Tapp, C. Infinity in Mathematics and Theology // Theology and Science, 2011, Vol. 9, No. 1, p. 91-100.
10. Wolchover, N. Mathematicians Bridge Finite-Infinite Divide // Quanta Magazine, 2016, [Žiūrėta 2016 m. birželio 10d.]. Prieiga per internetą: <https://www.quantamagazine.org/20160524-mathematicians-bridge-finite-infinite-divide>.